



# Modelación de series temporales en el sector productivo del Norte de Santander



Universidad Francisco  
de Paula Santander  
Vigilada Mineducación

Henry de Jesús Gallardo Pérez  
Jhan Piero Rojas Suárez  
Oscar Alberto Gallardo Pérez





**MODELACIÓN DE SERIES  
TEMPORALES EN EL SECTOR  
PRODUCTIVO DEL NORTE  
DE SANTANDER**

HENRY DE JESÚS GALLARDO PÉREZ  
JHAN PIERO ROJAS SUÁREZ  
OSCAR ALBERTO GALLARDO PÉREZ

*UNIVERSIDAD  
FRANCISCO DE PAULA SANTANDER*

Gallardo Pérez, Henry de Jesús

Modelación de series temporales en el sector productivo del Norte de Santander / Henry de Jesús Gallardo Pérez, Jhan Piero Rojas Suárez, Oscar Alberto Gallardo Pérez. -- 1a. ed. -- Bogotá: Universidad Francisco de Paula Santander, 2019.

100 p.

ISBN 978-958-8489-88-9

1. Econometría – Casos - Norte de Santander 2. Norte de Santander - Aspectos económicos - Modelos econométricos I. Rojas Suárez, Jhan Piero II. Gallardo Pérez, Óscar Alberto III.

Título

IV. Serie

CDD: 330.900727 ed. 23

CO-BoBN- a1048111

---



**Colección:** Ciencias básicas

**Área:** Matemáticas



**Universidad Francisco  
de Paula Santander**

Vigilada Mineducación

- ▶ Henry De Jesús Gallardo Pérez
- ▶ Jhan Piero Rojas Suárez
- ▶ Oscar Alberto Gallardo Pérez

© Ecoe Ediciones Limitada  
info@ecoeediciones.com  
www.ecoeediciones.com  
Carrera 19 # 63C 32, Tel.: 248 14 49  
Bogotá, Colombia

**Primera edición:** Bogotá, octubre de 2019

ISBN: 978-958-8489-88-9

Coordinación editorial: Angélica García Reyes  
Corrección de estilo: Carolina Páez  
Diagramación: Magda Barrero  
Carátula: Wilson Marulanda Muñoz  
Impresión: DGP Editores  
Calle 63 # 70 D -34

*Prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio  
sin la autorización escrita del titular de los derechos patrimoniales.*

*Impreso y hecho en Colombia - Todos los derechos reservados*

# CONTENIDO

<b>PRÓLOGO</b> .....	XIII
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	XV
<b>CAPÍTULO 1. SERIES TEMPORALES</b> .....	1
1.1. Definición .....	1
1.2. Métodos para modelar series temporales .....	3
1.3. Método estructural para el análisis de series temporales.....	4
1.3.1. Tendencia a largo plazo .....	4
1.3.2. Efecto ciclo .....	4
1.3.3. Efecto estacional.....	5
1.3.4. Variación irregular .....	6
1.3.5. Construcción del modelo.....	6
1.4. Método de <i>Box y Jenkins</i> para el análisis de series temporales.....	7
1.4.1. Procesos estocásticos .....	7
1.4.2. Procesos estacionarios .....	8
1.4.3. Modelo ARIMA.....	9
1.4.3.1. Modelo autorregresivo.....	9
1.4.3.2. Procesos de promedio móvil.....	9
1.4.3.3. Procesos ARIMA (p,d,q) .....	10
1.4.3.4. Comportamiento típico de la FAC y la FACP.....	10
1.4.3.5. Procesos no estacionarios.....	12
1.4.3.6. Procesos estacionales .....	13
1.4.3.7. Datos faltantes.....	13
1.4.4. Construcción de modelos para series univariadas .....	13
1.5. Estructura fractal de series temporales .....	15

1.5.1. Movimiento browniano.....	15
1.5.2. Distribuciones de probabilidad .....	16
1.5.2.1. Distribuciones estables .....	16
1.5.2.2. Distribuciones fractales .....	17
1.5.2.3. Movimiento browniano fraccional .....	17
1.5.3. Análisis R/S (rango estandarizado o reescalado).....	17
1.5.3.1. Índice de escala temporal, $n$ .....	17
1.5.3.2. Rango .....	18
1.5.3.3. Rango estandarizado.....	18
1.5.4. El exponente <i>Hurst</i> .....	18
1.5.5. Ciclos no periódicos y V-análisis .....	21
1.5.5.1. Ciclos no periódicos.....	21
1.5.5.2. La estadística <i>V</i> .....	21
<b>CAPÍTULO 2. SIMULACIÓN DE SERIES TEMPORALES .....</b>	<b>23</b>
2.1. Proceso de ruido blanco gaussiano.....	23
2.2. Proceso caótico.....	26
2.3. Proceso AR(1).....	29
2.4. Proceso MA(2) .....	33
<b>CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE SERIES TEMPORALES .....</b>	<b>39</b>
3.1. Índice de Precios al Consumidor (IPC) - Cúcuta.....	39
3.1.1. Ajuste de un modelo estructural .....	41
3.1.2. Ajuste de un modelo ARIMA.....	43
3.1.3. Estructura fractal.....	46
3.2. Índice de Precios al Consumidor (IPC) – Colombia .....	48
3.2.1. Ajuste de un modelo estructural .....	49
3.2.2. Ajuste de un modelo ARIMA.....	52
3.2.3. Estructura fractal.....	55
3.3. Consumo residencial de energía eléctrica en Cúcuta.....	57
3.3.1. Ajuste de un modelo estructural .....	58
3.3.2. Ajuste de un modelo ARIMA.....	60
3.3.3. Estructura fractal.....	63
3.4. Consumo residencial de energía eléctrica en Norte de Santander .....	65
3.4.1. Ajuste de un modelo estructural .....	66
3.4.2. Ajuste de un modelo ARIMA .....	68
3.4.3. Estructura fractal.....	71
3.5. Sacrificio de ganado vacuno en Norte de Santander .....	72
3.5.1. Ajuste de un modelo estructural .....	73
3.5.2. Ajuste de un modelo ARIMA .....	75
3.5.3. Estructura fractal.....	78

---

3.6. Índice de Costos de Construcción de Vivienda (ICCV) en Cúcuta.....	80
3.6.1. Ajuste de un modelo estructural .....	81
3.6.2. Ajuste de un modelo ARIMA .....	83
3.6.3. Estructura fractal.....	86
3.7. Movimiento del parque urbano automotor de pasajeros en Cúcuta.....	88
3.7.1. Ajuste de un modelo estructural .....	89
3.7.2. Ajuste de un modelo ARIMA .....	91
3.7.3. Estructura fractal.....	94
<b>CONCLUSIONES</b> .....	97
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	99

## ÍNDICE DE GRÁFICAS

GRÁFICA 1.	Consumo de energía eléctrica residencial en Cúcuta (GWH). .....	2
GRÁFICA 2.	Variación cíclica en una serie temporal. ....	5
GRÁFICA 3.	Variación estacional en una serie temporal. ....	5
GRÁFICA 4.	Simulación de FAC para procesos ARMA. ....	11
GRÁFICA 5.	Proceso para estimación de modelos ARIMA. ....	15
GRÁFICA 6.	Paseo aleatorio o movimiento browniano. ....	16
GRÁFICA 7.	Proceso de ruido blanco. ....	23
GRÁFICA 8.	Distribución empírica de un proceso de ruido blanco. ....	24
GRÁFICA 9.	FAC y FACP de un proceso de ruido blanco. ....	24
GRÁFICA 10.	Estructura fractal de un proceso ruido blanco. ....	25
GRÁFICA 11.	Proceso caótico. ....	26
GRÁFICA 12.	Distribución empírica de un proceso caótico. ....	27
GRÁFICA 13.	FAC y FACP de un proceso caótico. ....	27
GRÁFICA 14.	Estructura fractal de un proceso caótico. ....	28
GRÁFICA 15.	Proceso simulado AR(1). ....	29
GRÁFICA 16.	Proceso simulado AR(1), primera diferencia. ....	30
GRÁFICA 17.	FAC y FACP del proceso AR(1) simulado. ....	31
GRÁFICA 18.	Análisis de residuales modelo estimado AR(1). ....	31
GRÁFICA 19.	Estructura fractal de un proceso AR(1) simulado. ....	32
GRÁFICA 20.	Proceso simulado MA(2). ....	33
GRÁFICA 21.	FAC y FACP del proceso MA(2) simulado. ....	34
GRÁFICA 22.	Análisis de residuales modelo estimado MA(2). ....	35
GRÁFICA 23.	Estructura fractal de un proceso MA(2) simulado. ....	36
GRÁFICA 24.	Inflación anual en Cúcuta. ....	40
GRÁFICA 25.	Variación mensual del IPC en Cúcuta. ....	40
GRÁFICA 26.	Índice estacional para IPC-Cúcuta. ....	41
GRÁFICA 27.	Estimación de la recta de tendencia, IPC-Cúcuta. ....	42
GRÁFICA 28.	Estimación de la curva de tendencia, IPC-Cúcuta. ....	42
GRÁFICA 29.	Componente aleatorio del IPC-Cúcuta. ....	43
GRÁFICA 30.	Serie IPC_CUC diferenciada. ....	43
GRÁFICA 31.	FAC y FACP de la serie IPC_CUC, dif. 1. ....	44
GRÁFICA 32.	FAC y FACP de la serie IPC_CUC, dif 1,12. ....	44
GRÁFICA 33.	FAC y FACP de los residuales. ....	45
GRÁFICA 34.	Distribución empírica de los residuales. ....	46
GRÁFICA 35.	Estimación del coeficiente de Hurtz IPC-Cúcuta. ....	47
GRÁFICA 36.	Estadística V para IPC Cúcuta. ....	48
GRÁFICA 37.	Inflación anual en Colombia. ....	49
GRÁFICA 38.	Variación mensual del IPC en Colombia. ....	49
GRÁFICA 39.	Índice estacional para IPC-Colombia. ....	50

GRÁFICA 40.	Estimación de la recta de tendencia, IPC-Colombia. ....	51
GRÁFICA 41.	Estimación de la curva de tendencia, IPC-Colombia. ....	51
GRÁFICA 42.	Componente aleatorio del IPC-Colombia.....	52
GRÁFICA 43.	Serie IPC_NAL diferenciada. ....	52
GRÁFICA 44.	FAC y FACP de la serie IPC_NAL, dif. 1.....	53
GRÁFICA 45.	FAC y FACP de la serie IPC_NAL, dif. 1,12.....	53
GRÁFICA 46.	FAC y FACP de los residuales. ....	54
GRÁFICA 47.	Distribución empírica de los residuales.....	55
GRÁFICA 48.	Estimación del coeficiente de Hurtz IPC-Nacional.....	56
GRÁFICA 49.	Estadística V para IPC Nacional.....	57
GRÁFICA 50.	Consumo mensual de energía eléctrica residencial en Cúcuta. ....	58
GRÁFICA 51.	Índice estacional - Consumo de energía en Cúcuta.....	59
GRÁFICA 52.	Estimación de la recta de tendencia, consumo de Energía en Cúcuta. ....	59
GRÁFICA 53.	Pronóstico del consumo de energía eléctrica en Cúcuta.....	60
GRÁFICA 54.	Serie diferenciada del consumo de energía eléctrica en Cúcuta. ....	61
GRÁFICA 55.	FAC y FACP, consumo de energía eléctrica en Cúcuta.....	61
GRÁFICA 56.	FAC y FACP residuales al modelo de consumo de energía eléctrica de Cúcuta. ....	62
GRÁFICA 57.	Distribución empírica de residuales al modelo de consumo de energía eléctrica en Cúcuta. ....	63
GRÁFICA 58.	Estimación del coeficiente de Hurtz – Consumo de energía eléctrica – Cúcuta. ....	63
GRÁFICA 59.	Estadística V – Consumo de energía eléctrica – Cúcuta.....	64
GRÁFICA 60.	Consumo mensual de energía eléctrica residencial por estrato en Norte de Santander. ....	65
GRÁFICA 61.	Consumo mensual de energía eléctrica residencial en Norte de Santander. ....	66
GRÁFICA 62.	Valor del índice estacional del consumo de energía eléctrica NS.....	66
GRÁFICA 63.	Estimación de la recta de tendencia - Consumo de Energía Eléctrica en Norte de Santander.....	67
GRÁFICA 64.	Estimación de pronósticos para consumo de energía eléctrica NS.....	67
GRÁFICA 65.	Serie diferenciada, consumo de energía eléctrica en Norte de Santander. ....	68
GRÁFICA 66.	FAC y FACP de la serie de consumo de energía eléctrica en Norte de Santander. ....	68
GRÁFICA 67.	FAC y FACP de residuales. ....	69
GRÁFICA 68.	Distribución empírica de residuales al modelo de consumo de energía eléctrica en Norte de Santander. ....	70

GRÁFICA 69.	Estimación del coeficiente de Hertz - Consumo de energía eléctrica en Norte de Santander.....	71
GRÁFICA 70.	Estadística V - Consumo de energía eléctrica en Norte de Santander.....	72
GRÁFICA 71.	Sacrificio mensual de ganado vacuno en Norte de Santander.	73
GRÁFICA 72.	Valor del índice estacional - Sacrificio de ganado vacuno – NS.....	74
GRÁFICA 73.	Estimación de la recta de tendencia - Sacrificio de ganado vacuno en Norte de Santander.....	74
GRÁFICA 74.	Estimación de pronósticos - Sacrificio de ganado vacuno en Norte de Santander.....	75
GRÁFICA 75.	Serie diferenciada - Sacrificio de ganado vacuno en Norte de Santander.....	76
GRÁFICA 76.	FAC y FACP - Sacrificio de ganado vacuno en Norte de Santander.....	76
GRÁFICA 77.	Distribución empírica de residuales - Sacrificio de ganado vacuno en Norte de Santander.....	77
GRÁFICA 78.	FAC y FACP residuales del modelo de Sacrificio de Ganado Vacuno – NS.....	78
GRÁFICA 79.	Estimación del coeficiente de Hertz - Sacrificio de ganado vacuno en Norte de Santander.....	79
GRÁFICA 80.	Estadística V - Sacrificio de ganado vacuno en Norte de Santander.....	80
GRÁFICA 81.	Índice de Costos de Construcción de Vivienda (ICCV) en Cúcuta.....	81
GRÁFICA 82.	Estimación del índice estacional - ICCV – Cúcuta.....	81
GRÁFICA 83.	Estimación de la recta de tendencia - ICCV – Cúcuta.....	82
GRÁFICA 84.	Estimación de pronósticos del ICCV Cúcuta.....	82
GRÁFICA 85.	Serie diferenciada para ICCV Cúcuta.....	83
GRÁFICA 86.	FAC y FACP - ICCV de Cúcuta.....	83
GRÁFICA 87.	Distribución empírica de residuales del modelo ICCV – Cúcuta.....	85
GRÁFICA 88.	FAC y FACP de residuales del modelo ICCV – Cúcuta.....	86
GRÁFICA 89.	Estimación del coeficiente de Hertz - ICCV – Cúcuta.....	86
GRÁFICA 90.	Estadística V – ICCV – Cúcuta.....	87
GRÁFICA 91.	Movimiento del parque urbano automotor de pasajeros en Cúcuta.....	88
GRÁFICA 92.	Estimación del índice estacional - Movimiento del parque urbano automotor de pasajeros en Cúcuta.....	89
GRÁFICA 93.	Estimación de recta de tendencia - Movimiento del parque urbano Automotor de Pasajeros en Cúcuta.....	90

---

GRÁFICA 94.	Estimación de pronósticos - Movimiento del parque urbano automotor de pasajeros – Cúcuta. ....	90
GRÁFICA 95.	Serie diferenciada - Movimiento del parque urbano automotor de pasajeros en Cúcuta. ....	91
GRÁFICA 96.	FAC y FACP movimiento del parque urbano automotor de pasajeros en Cúcuta.....	91
GRÁFICA 97.	Distribución empírica de los residuales del modelo movimiento del parque urbano automotor de pasajeros en Cúcuta. ....	93
GRÁFICA 98.	FAC y FACP residuales del modelo movimiento del parque urbano automotor de pasajeros en Cúcuta. ....	94
GRÁFICA 99.	Estimación del coeficiente de Hurtz - Parque urbano automotor de pasajeros en Cúcuta. ....	94
GRÁFICA 100.	Estadística V - Parque urbano automotor de pasajeros en Cúcuta. ....	95

## ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1.	Modelos de series temporales univariadas. ....	10
TABLA 2.	Comportamiento de las funciones FAC y FACP. ....	11
TABLA 3.	Estimación de exponente Hurts para un proceso de ruido blanco. ....	25
TABLA 4.	Estimación de exponente Hurts para un proceso caótico.....	28
TABLA 5.	Estadísticas para residuales de un proceso estimado AR(1). ....	32
TABLA 6.	Estimación del coeficiente Hurts para un proceso AR(1) simulado. ....	32
TABLA 7.	Estadísticas para residuales de un proceso estimado MA(2) ....	35
TABLA 8.	Salida de SPSS. ....	36
TABLA 9.	Estimación del coeficiente de Hertz IPC-Cúcuta. ....	47
TABLA 10.	Estimación del coeficiente de Hertz. IPC-Nacional .....	56
TABLA 11.	Estimación del coeficiente de Hertz - Consumo de energía eléctrica en- Cúcuta.....	64
TABLA 12.	Prueba de normalidad para los residuales. ....	70
TABLA 13.	Estimación del coeficiente de Hertz - Consumo de energía eléctrica en Norte de Santander.....	71
TABLA 14.	Prueba normalidad de residuales - Sacrificio de ganado vacuno en Norte de Santander.....	78
TABLA 15.	Estimación del coeficiente Hertz - Sacrificio de ganado vacuno en Norte de Santander.....	79
TABLA 16.	Prueba de normalidad de residuales del modelo ICCV - Cúcuta.....	85
TABLA 17.	Estimación del coeficiente de Hertz - ICCV en Cúcuta. ....	87
TABLA 18.	Prueba de normalidad de residuales del modelo movimiento del parque urbano automotor de pasajeros en Cúcuta.....	93
TABLA 19.	Estimación del coeficiente de Hertz - Parque urbano automotor de pasajeros en Cúcuta.....	95



## PRÓLOGO

Luego de un arduo y tesonero trabajo se publica la primera edición del libro *Modelación de series cronológicas en el sector productivo*. Este libro está constituido por tres grandes tópicos que abordan, estadísticamente, la definición, la simulación y el análisis de las denominadas series temporales.

La presente obra reúne diversas contribuciones de estudiantes, docentes y colaboradores, las cuales permitieron que un grupo de expertos profesionales liderados por los profesores Henry De Jesús, Jhan Piero y Oscar Alberto llevaran a cabo, muy acertadamente, todos los procesos implícitos en la producción de una obra de esta envergadura.

Uno de los aspectos más relevantes de este libro viene dado por el versátil desarrollo didáctico-metodológico utilizado para presentar los contenidos relativos a series cronológicas. Como consecuencia de ello, destaca la excelsa sencillez con la que se introducen los conceptos, definiciones y aplicaciones. Este aspecto, indudablemente, constituye una manera interesante de facilitar a los lectores la apropiación de la información incluida en cada una de las secciones del libro.

El lector puede tener la certeza de que el presente libro **NO** es un constructo meramente teórico que versa sobre los registros históricos (series temporales) de entes vinculados con el sector productivo. Por el contrario, este libro **SÍ** es una obra auto-contenida que representa una perfecta conjugación de teoría y práctica

en el contexto de las series cronológicas, es decir, se trata de una obra elaborada con base en un lenguaje ameno que, sin menoscabo de la rigurosidad, implementa aplicaciones (con datos simulados o reales) basadas en los fundamentos teóricos propios de las mencionadas series.

Las referidas aplicaciones permiten la emisión de pronósticos útiles para tomar decisiones de una manera más racional que puede contribuir al buen desempeño de las personas naturales o jurídicas que hacen parte del mencionado sector.

Finalmente, se espera que los lectores puedan disfrutar de este excelente libro conformado por saberes y prácticas que pretenden elevar la calidad del proceso denominado toma de decisiones el cual debe estar apoyado en la caracterización de fenómenos, propios del sector productivo en los que son protagonistas las series cronológicas.

**Miguel Vera, PHD en investigación e Innovación  
Universidad Simón Bolívar, Facultad de Ciencias Básicas y Biomédicas**

# INTRODUCCIÓN

El análisis de series temporales o series cronológicas permite identificar la estructura del comportamiento, a lo largo del tiempo, de las variables que son objeto de estudio, a su vez, aporta fundamentos estadísticos para la realización de pronósticos confiables. Dichos pronósticos constituyen una herramienta que establece estimaciones cuantitativas de eventos futuros con una alta probabilidad de anticipar valores cercanos a las realizaciones verdaderas de variables en escenarios posteriores.

En la actividad diaria se encuentran frecuentemente variables que presentan cambios aleatorios en el tiempo. Es así como, de manera usual, una gran cantidad de información acerca de las características específicas de ciertos fenómenos es recopilada metódicamente a intervalos de tiempos fijos, con fines de análisis, para después llevar a cabo la planeación y la toma de decisiones.

El análisis de series temporales hace referencia a la utilización de métodos estadísticos para examinar conjuntos de datos que se observan, fundamentalmente, a través del tiempo, los cuales no obedecen a ningún plan de muestreo o diseño experimental. Este análisis implica extraer información de las observaciones realizadas para tener un pronóstico confiable.

Al conjunto de realizaciones de la variable aleatoria, observada y recopilada a lo largo de un periodo a intervalos periódicos regulares, se le conoce como una se-

rie de tiempo o serie cronológica. Existen diferentes métodos de análisis de series cronológicas, entre los cuales se destacan el clásico, la metodología de Box y Jenkins y el de la estructura fractal de la serie. El primero de ellos, explica el comportamiento de los componentes de los valores de la serie como una función del tiempo, para ello construye un modelo matemático.

El segundo, el método de Box y Jenkins, describe el comportamiento de la serie en función de los valores observados en el pasado y de su conducta aleatoria. Esta metodología ha demostrado ser una técnica altamente eficiente para hacer predicciones en situaciones en que el patrón inherente a la serie es muy complejo y difícil de desentrañar. Por último, el análisis de la estructura fractal de la serie cronológica permite, entre otras cosas, identificar la existencia de ciclos aleatorios en la serie y estimar su periodo esperado.

El propósito fundamental de esta investigación es presentar un referente teórico para la implementación de dichas metodologías al momento de analizar una serie temporal, ilustrar su aplicabilidad mediante el análisis de procesos simulados y aplicar estos métodos teóricos al análisis de series temporales registradas en el departamento del Norte de Santander y en la ciudad de Cúcuta. El énfasis está hacia la caracterización, construcción y validación de modelos que explican el comportamiento de series relacionadas con el sector económico y productivo del departamento.

El libro se estructura en tres partes: la primera presenta fundamentos teóricos para el análisis de series cronológicas, incluyendo el modelo estructural, el *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) y la estructura fractal; en la segunda sección, se realizan simulaciones para identificar, comprender y aplicar la temática desarrollada; y, por último, se realiza el análisis de series económicas: índice de precios al consumidor y consumo de energía en energía eléctrica residencia en Norte de Santander y en Cúcuta; sacrificio de ganado vacuno en Norte de Santander; índice de costos de construcción de vivienda, y movimiento del parque automotor de pasajeros en la ciudad de Cúcuta.